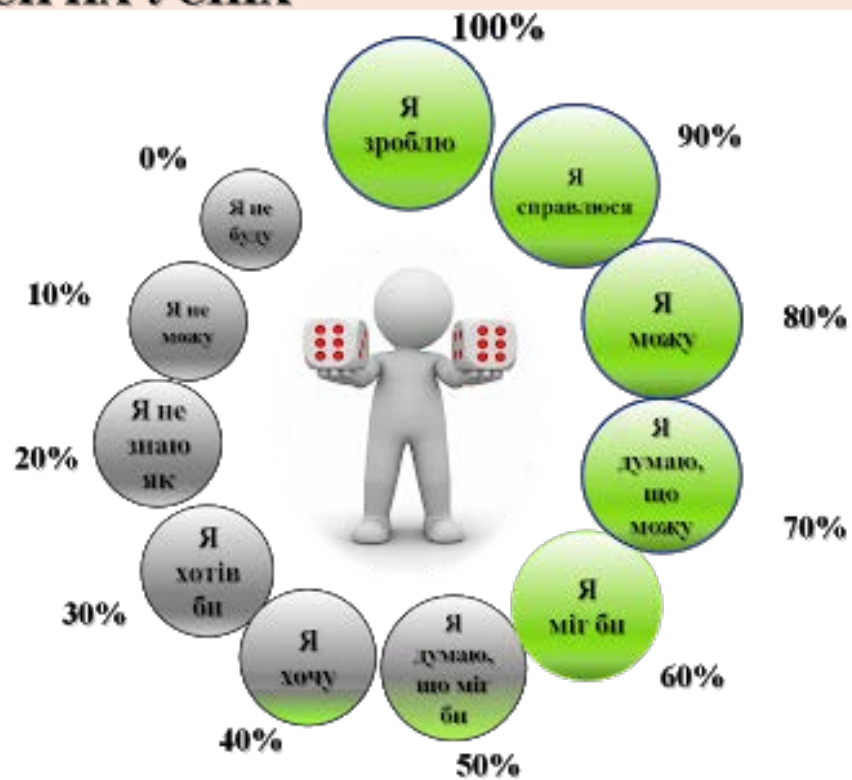




Розвиток імовірнісного мислення в сучасних умовах

Юрій Захарійченко, старший викладач кафедри математики Національного університету «Києво-Могилянська академія», кандидат фізико-математичних наук, автор тестових завдань з

ШАНСИ НА УСПІХ





4

ОСНОВИ КОМБІНАТОРИКИ, ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА СТАТИСТИКИ

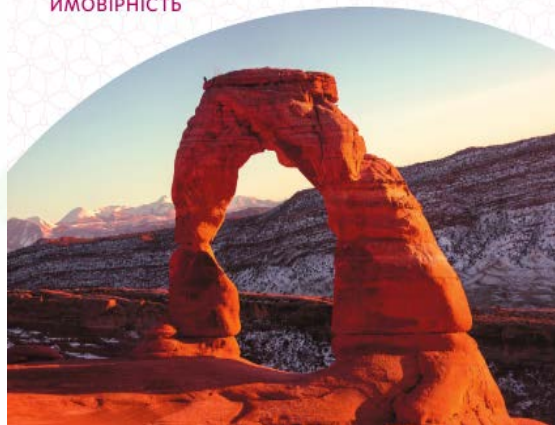


Н. С. ПРОКОПЕНКО
Ю. О. ЗАХАРІЙЧЕНКО
Н. Л. КІНАЩУК



АЛГЕБРА 9

СТАТИСТИКА
КОМБІНАТОРИКА
ЙМОВІРНІСТЬ

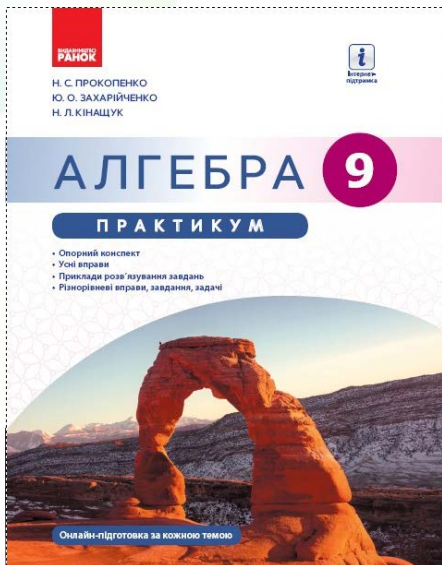


АЛГЕБРА 9

КОНТРОЛЬ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

За редакцією Н. С. Прокопенко

- 17 самостійних робіт
- 9 контрольних робіт
- Додаткові завдання до контрольних робіт
- Завдання для бліц-опитування



Н. С. ПРОКОПЕНКО
Ю. О. ЗАХАРІЙЧЕНКО
Н. Л. КІНАЩУК

АЛГЕБРА 9

ПРАКТИКУМ

- Опорний конспект
- Усні вправи
- Приклади розв'язування завдань
- Різноманітні вправи, завдання, задачі

Онлайн-підготовка за кожною темою

§ 21

ПОЧАТКОВІ ВІДОМОСТІ ПРО СТАТИСТИКУ. СПОСОБИ ПОДАННЯ ДАНИХ ТА ЇХ ОБРОБКИ

ВЧОРА



Ви навчилися задавати функції та послідовності за допомогою таблиць і графіків, розв'язували задачі на відношення та відсотки, визначали середнє арифметичне, будували діаграми й графіки на уроках математики та інформатики

СЬОГОДНІ



Ви ознайомитеся з різними типами даних, основними способами подання даних, навчитеся аналізувати інформацію, подану у вигляді таблиць і діаграм, розрізняти статистичні середні

ЗАВЖДИ



Ви зможете проводити опитування, візуалізувати дані та аналізувати отриману інформацію за допомогою статистичних середніх; розпізнати «неякісну» рекламу

АКТУАЛЬНА ЗАДАЧА

Учні 9-го класу розмістили на сайті школи відеоматеріал щодо професій, пов'язаних зі статистикою, та запропонували анкету для учасників його перегляду.

АНКЕТА ДЛЯ УЧАСНИКІВ ПЕРЕГЛЯДУ ВІДЕОМАТЕРІАЛУ

1. Ваша думка щодо відеоматеріалу:

- дуже цікаво
- досить цікаво
- можна дивитися
- не дуже цікаво
- нецікаво

2. Ваш вік: ____ років.

3. Ваша стать:

- дівчина
- хлопець

Кількість переглядів відеоматеріалу протягом тижня

День тижня	Понеділок	Вівторок	Середа	Четвер	П'ятниця	Субота	Неділя	Усього
Кількість переглядів	12	9	14	8	16	24	17	100

В ОДИН КЛІК



Для проведення опитувань створено безліч сервісів і програм, зокрема: My Polls, Poll (для Facebook), Асерolls (для Twitter), Typeform (для мобільних пристроїв), Simpoll, Survey Monkey тощо.

Таблиця 2

Оцінка відеоматеріалу за запропонованими критеріями

Критерій	Дуже цікаво	Досить цікаво	Можна дивитися	Не дуже цікаво	Нецікаво	Усього
Кількість учасників опитування	34	42	14	6	4	100

Таблиця 3

Розподіл учасників опитування за віком і статтю

Стать	Вік, роки				Усього
	6–8	9–11	12–14	15–17	
Дівчата	5	10	12	26	53
Хлопці	4	7	13	23	47
Разом	9	17	25	49	100

СТАТИСТИКА

Практична
діяльність

Суспільна
наука

Чисельні
дані

Етап 1
Розроблення
програми
дослідження

Етап 2
Збирання
інфор-
мації

Етап 3
Упорядкування,
опрацювання,
подання інформації

Етап 4
Статистич-
ний аналіз
інформації

Етап 5
Підготовка звіту
з висновками та
рекомендаціями

ВИБІРКА

Генеральна
сукупність



Вибірка



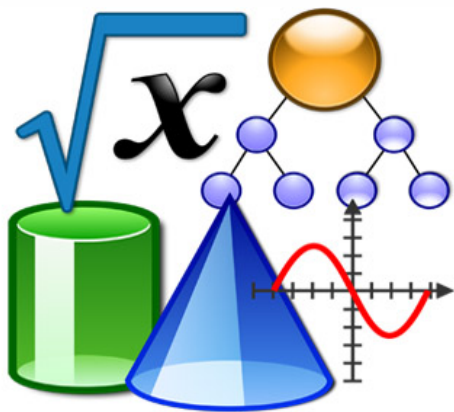


- Вибірка має бути представницькою, або **репрезентативною** (від фр. *representatit*, англ. *represent* — представляти).
- Дослідження має бути **масовим**.

Генеральна
сукупність

ВИБІРКА

ЗНО
2018



ЗОВНІШНЄ
НЕЗАЛЕЖНЕ
ОЦІНЮВАННЯ 2017

ПРОБНЕ
ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ
З МАТЕМАТИКИ

Час виконання – 180 хвилин

Робота складається з 33 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–30 Ви маєте позначити в бланку А. Розв'язання завдань 31–33 Ви маєте записати в бланку Б.

Результат виконання завдань 1–28, 31 і 32 буде зараховано як результат державної підсумкової атестації.

Результат виконання всіх завдань сертифікаційної роботи буде використано під час прийому до вищих навчальних закладів.



РОЗМИНКА 1

1 У місті здійснюється опитування учнів 9-х класів щодо того, як вони проводять свій вільний час.

- 1) Що є генеральною сукупністю цього дослідження?
- 2) Визначте, яка із запропонованих вибірок буде репрезентативною для цього дослідження:
 - а) усі учні 9-х класів однієї школи;
 - б) усі дівчата 9-х класів, які відвідують спортивні секції;
 - в) випадковим чином відібрані учні 9-х класів усіх ліцеїв і гімназій;
 - г) випадковим чином відібрані учні 9-х класів усіх навчальних закладів міста.



СЛІД ЗНАТИ!

- Будь-яка **помилка** у визначенні вибірки може **спотворити** висновки стосовно генеральної сукупності.
- Під час опитування можна отримати хибні результати, якщо люди, відповідаючи на запитання, або не хочуть про щось говорити, або перебільшують.

ВИБІРКА



ТАБЛИЧНИЙ СПОСІБ ПОДАННЯ ДАНИХ

Таблиця 4

	Вік, роки				Усього
	6–8	9–11	12–14	15–17	
Кількість учасників	9	17	25	49	100
Відносна частота	$\frac{9}{100}$, або 9 %	$\frac{17}{100}$, або 17 %	$\frac{25}{100}$, або 25 %	$\frac{49}{100}$, або 49 %	100 %

Частота

Об'єм вибірки

ЧИ ВІДОМО ВАМ?

Візуалізація даних — це наочне подання різної інформації. Є численні дослідження, які підтверджують, що:

- 90 % інформації людина сприймає за допомогою зору;
- людина запам'ятовує 10 % із почутого, 20 % — із прочитаного, 80 % — із побаченого і зробленого;
- 70 % сенсорних рецепторів розташовано в очах;
- продуктивність людини, що працює з візуальною інформацією, є вищою на 17 %.

МАЙБУТНЯ ПРОФЕСІЯ



Збиранням та аналізом різної інформації щодо відвідувачів сайтів, яка допоможе підвищити ефективність веб-ресурсів, займаються **веб-аналітики**. Для того щоб передбачати споживацькі тренди, необхідно знати та інтерпретувати найрізноманітніші статистичні дані, зокрема:

ГРАФІЧНИЙ СПОСІБ ПОДАННЯ ДАНИХ

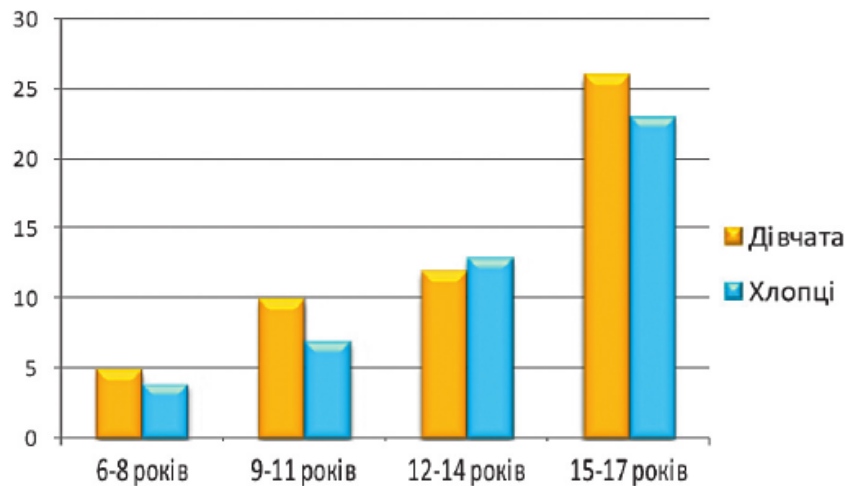


Графічний спосіб подання даних полягає в наочному поданні показників за допомогою геометричних знаків, рисунків та інших графічних засобів.



Таблиця 11

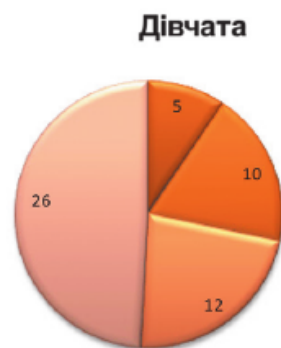
Учасники опитування	Вік, роки			
	6–8	9–11	12–14	15–17
Дівчата	5	10	12	26
Хлопці	4	7	13	23



Наприклад, розподіл учасників опитування за віком і статтю, наведений в актуальній задачі (див. табл. 3), можна подати у вигляді таблиці (табл. 11), стовпчастої діаграми (рис. 2) та кругових (секторних) діаграм (рис. 3, а–б).

Зауважимо, що:

- якщо мета унаочнення — порівняння між дівчатами та хлопцями, то краще обрати стовпчасту діаграму;
- якщо ми хочемо показати розподіл за віком окремо в кожній категорії, то доцільно застосувати окремі кругові (секторні) діаграми.



а

- 6-8 років
- 9-11 років
- 12-14 років
- 15-17 років



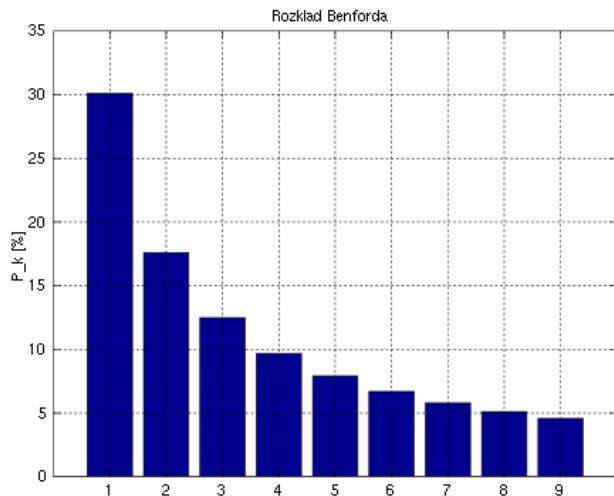
б

- 6-8 років
- 9-11 років
- 12-14 років
- 15-17 років

Мода, медіана, середнє



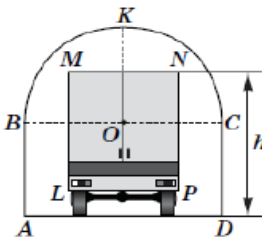
Цікаво знати: закон Бенфорда



Закон Бенфорда або *закон першої цифри* свідчить, що в таблицях чисел, заснованих на даних джерел з реального життя цифра 1 на першому місці зустрічається набагато частіше, ніж всі інші (приблизно в 30% випадках).

1	2	3	4	5	6	7	8	9
30,1%	17,6%	12,5%	9,7%	7,9%	6,7%	5,8%	5,1%	4,6%

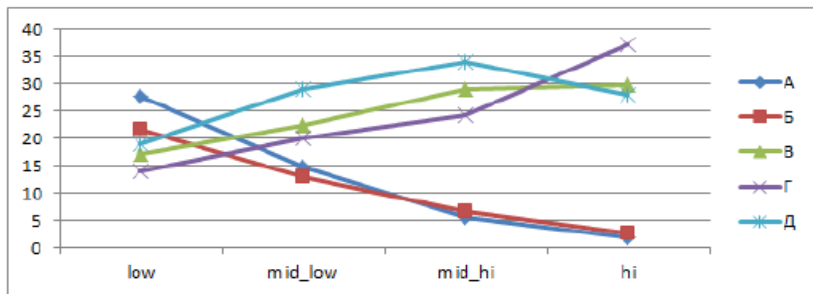
На рисунку зображено поперечний переріз аркового проїзду, верхня частина якого (дуга BKC) має форму півкола радіуса $OC = 2$ м. Відрізки AB і DC перпендикулярні до AD , $AB = DC = 2$ м. Яке з наведених значень є найбільшим можливим значенням висоти h вантажівки, за якого вона зможе проїхати через цей арковий проїзд, не торкаючись верхньої частини арки (дуги BKC)? Уважайте, що $LMNP$ – прямокутник, у якому $MN = 2,4$ м і $MN \parallel AD$.



Висновки на основі статистики 23%

А	Б	В	Г	Д
4,4 м	4 м	3,7 м	3,5 м	3,2 м

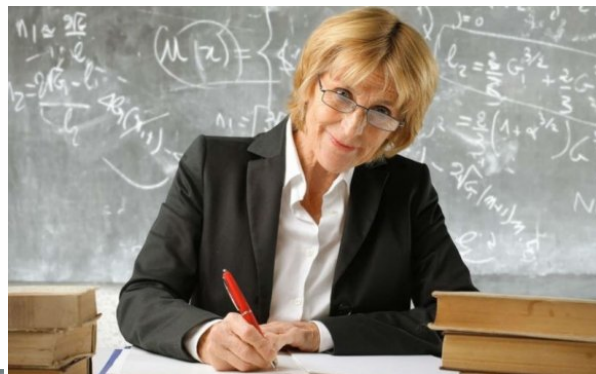
Не виконали завдання (%)	Обрали дві правильні відповіді (%)	Складність	Дискримінація (D-index)	Кореляція
0.55	0.06	0.24	23.24	0.20



Варіанти відповідей	А	Б	В	Г	Д
Відповіді учасників (%)	12	11	25	24	27
Кореляція	-0.28	-0.22	0.10	0.20	0.06



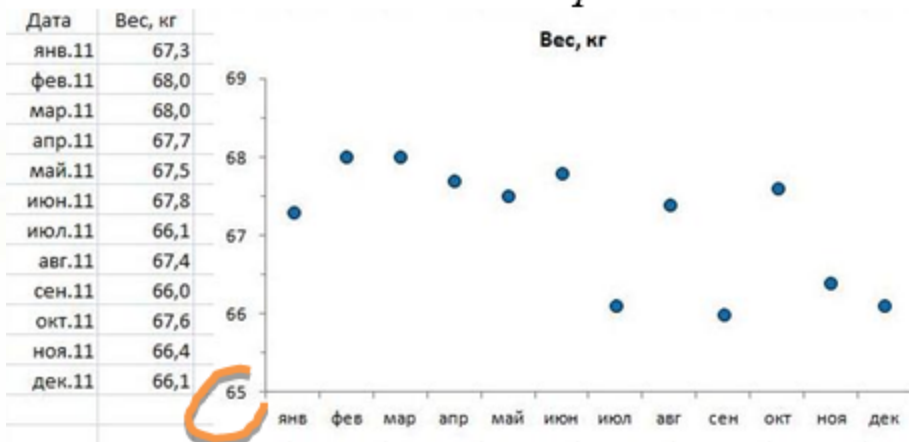
Висновки на основі статистики



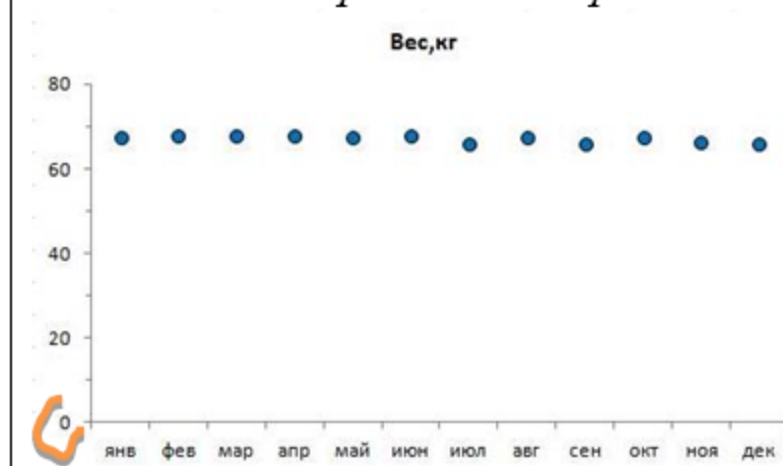


Методи маніпуляцій

«Нечесна» діаграма



Правдива діаграма



Методи маніпуляцій (оманливі піктограми)



§ 22

ОСНОВИ КОМБІНАТОРИКИ. ОСНОВНІ ПРАВИЛА КОМБІНАТОРИКИ

ВЧОРА



Ви виконували вправи з використанням дій додавання і множення; ознайомилися з поняттям «множина» та навчилися розв'язувати задачі за допомогою діаграм Ейлера — Венна

СЬОГОДНІ



Ви ознайомитеся з комбінаторними правилами суми і добутку; навчитеся розв'язувати найпростіші комбінаторні задачі різними способами

ЗАВЖДИ



Ви зможете обчислювати кількість різноманітних комбінацій, наприклад, меблів, одягу, продуктів харчування тощо; кодувати й розшифровувати повідомлення; планувати свій день, подорож тощо; розв'язувати задачі з теорії ймовірностей

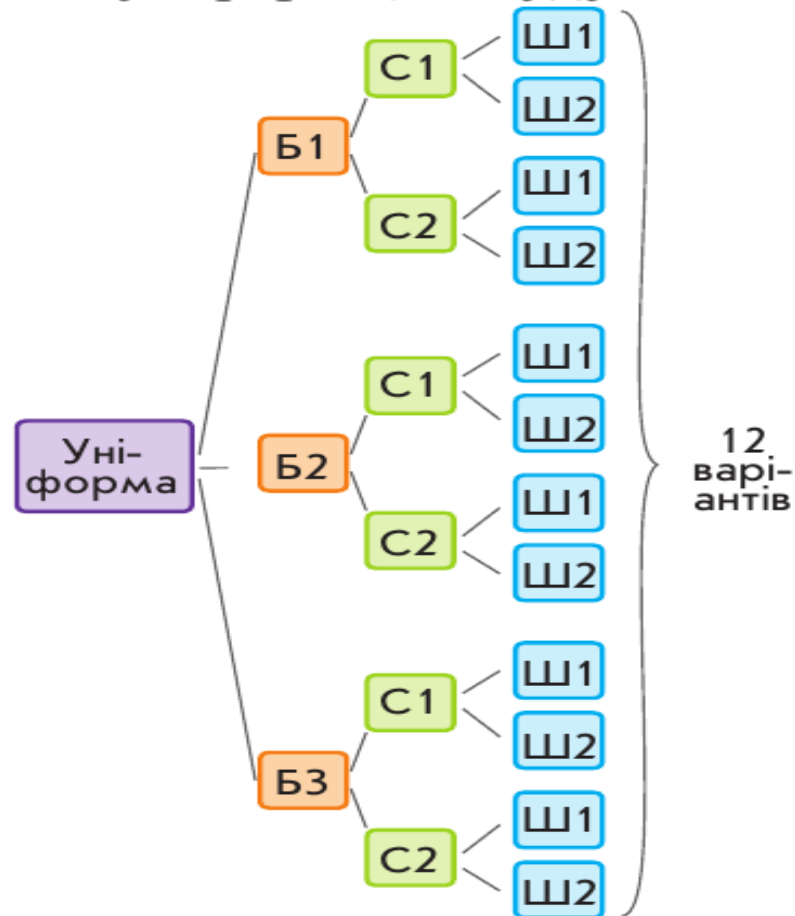
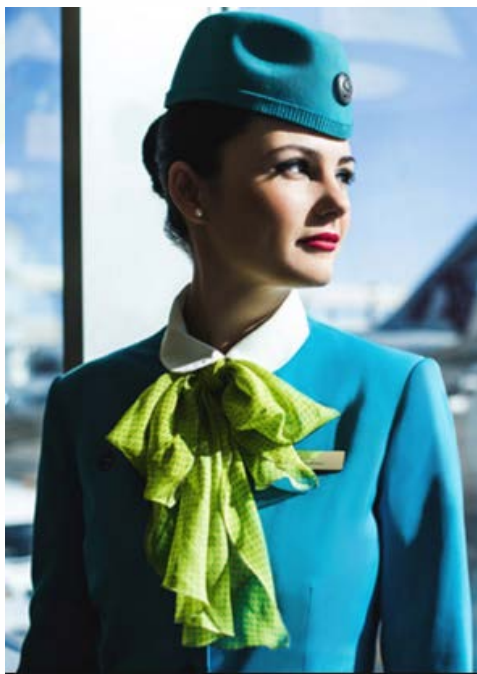
АКТУАЛЬНА ЗАДАЧА

Дизайнер отримав замовлення від авіакомпанії на розробку корпоративного одягу для бортпроводниць. Він розробив 3 види блуз, 2 види спідниць та 2 види шарфів. Скільки всього різних варіантів уніформи, що складається з однієї блузи, однієї юбки та одного шарфа, можна запропонувати бортпроводницям?



Спосіб 1. Побудова схеми «дерево варіантів»

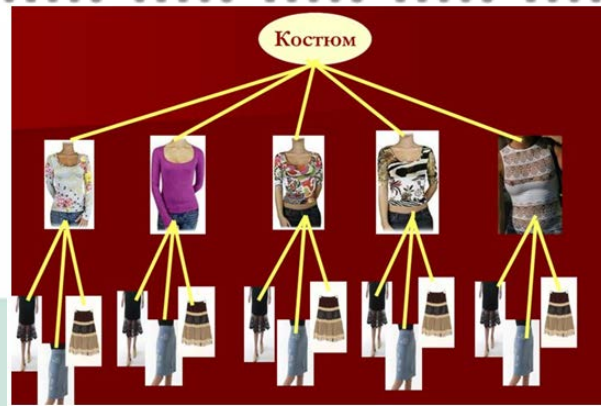
Знайдемо всі можливі варіанти уніформи, побудувавши «дерево варіантів» (рис. 1).



Спосіб 2. Побудова таблиці можливих варіантів

1. Складемо таблицю, у якій зазначимо всі можливі варіанти уніформи.

Блузи	Б1				Б2				Б3			
Спідниці	С1		С2		С1		С2		С1		С2	
Шарфи	Ш1	Ш2	Ш1	Ш2	Ш1	Ш2	Ш1	Ш2	Ш1	Ш2	Ш1	Ш2



2. Запишемо множину всіх можливих варіантів:

{(Б1, С1, Ш1), (Б1, С1, Ш2), (Б1, С2, Ш1), (Б1, С2, Ш2),
(Б2, С1, Ш1), (Б2, С1, Ш2), (Б2, С2, Ш1), (Б2, С2, Ш2),
(Б3, С1, Ш1), (Б3, С1, Ш2), (Б3, С2, Ш1), (Б3, С2, Ш2)}.

Отже, всього: $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ варіантів.





СЛІД ЗНАТИ!

Комбінаторика — розділ математики, що вивчає задачі вибору та розміщення елементів деякої, зазвичай скінченної множини відповідно до заданих правил.

МЕТОД ПЕРЕБОРУ МОЖЛИВИХ ВАРІАНТІВ

Розглянемо задачі, для розв'язування яких можна здійснити перебір усіх можливих варіантів та визначити їх кількість. Для цього зручно застосувати один із таких способів:

- скласти таблицю можливих варіантів;
- створити схему «дерево варіантів»;
- подати інформацію в графічній формі за допомогою схематичних рисунків або графів.



ПРИКЛАД 1

Задача 1.1. Майстер укладає плитку двох кольорів за модульним принципом. Скільки існує варіантів укладання одного модуля, якщо до кожного модуля має входити одна плитка синього й три плитки жовтого кольорів?

Розв'язання

- 1 Намалюємо схематично можливі варіанти модулів, змінюючи розташування кольорів (рис. 2).
- 2 Зробимо висновок: є 4 варіанти укладання одного модуля.

Відповідь: 4 варіанти.



Задача 1.2. Скільки речень із трьох різних слів можна скласти, використовуючи слова: «Наталя», «любить», «математику»?

Розв'язання

- 1 Речення має складатися з трьох різних слів (елементів). З огляду на це запишемо всі можливі речення у три стовпчика таким чином, щоб кожне речення починалося з одного з трьох слів, а інші слова змінювали своє розташування.

Наталя любить математику.

Любить Наталя математику.

Математику Наталя любить.

Наталя математику любить.

Любить математику Наталя.

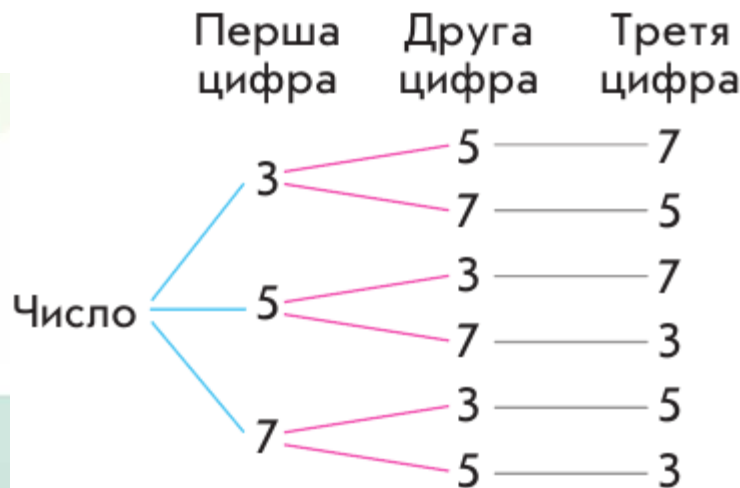
Математику любить Наталя.

Задача 1.3. Утворіть усі трицифрові числа, для запису яких використовують цифри 3, 5, 7, якщо в кожному числі жодна з цифр не повторюється. Скільки може бути таких чисел?

Розв'язання

- 1 Складемо схему «дерево варіантів» (рис. 3).
- 2 Запишемо числа за зростанням: 357, 375, 537, 573, 735, 753.

Відповідь: 6 чисел.



Задача 1.4. Утворіть усі двоцифрові числа, для запису яких використовують цифри 0, 2, 8. Цифри в числі можуть повторюватися.

Розв'язання

Розв'язуючи задачі з двоцифровими числами, зручно скласти таблицю варіантів.

1 Складемо таблицю варіантів (ліворуч), ураховуючи, що число десятків не може дорівнювати 0.

2 Визначимо кількість варіантів: $N = 2 \cdot 3 = 6$. Отже, таких чисел 6. Запишемо їх у порядку зростання: 20, 22, 28, 80, 82, 88.

Відповідь: 20, 22, 28, 80, 82, 88.

Число десятків	Число одиниць		
	0	2	8
2	20	22	28
8	80	82	88

2

3

Задача 1.5. Зустрілися четверо друзів Павло, Микола, Олексій і Юрій та потиснули один одному руки. Скільки всього було рукостискань?

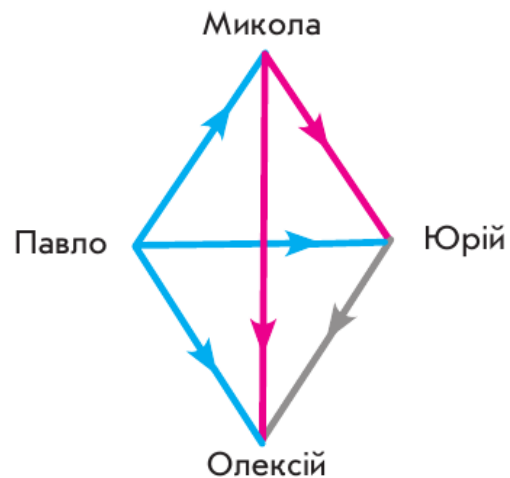
Спосіб 1

1 Подамо умову задачі графічно (рис. 4).

2 Проаналізуємо кількість рукостискань:

- Павло потиснув руки *трьом* друзям — Миколі, Олексію та Юрію;
- Микола, який уже потиснув руку Павлові, потиснув руки ще *двом* друзям — Олексію та Юрію;
- Олексій вже потиснув руки двом друзям — Павлові та Миколі, йому залишилося потиснути руку тільки *одному* Юрію.

3 Зробимо висновок: всього було $3+2+1=6$ рукостискань.



Спосіб 2

- 1 Складемо за умовою задачі таблицю варіантів рукостискань. З огляду на те, що хлопці не потискають руки самим собі, зафарбуємо клітинки «головної діагоналі».

	Павло	Микола	Олексій	Юрій
Павло		Микола → Павло	Олексій → Павло	Юрій → Павло
Микола	Павло → Микола		Олексій → Микола	Юрій → Микола
Олексій	Павло → Олексій	Микола → Олексій		Юрій → Олексій
Юрій	Павло → Юрій	Микола → Юрій	Олексій → Юрій	

Спосіб 3

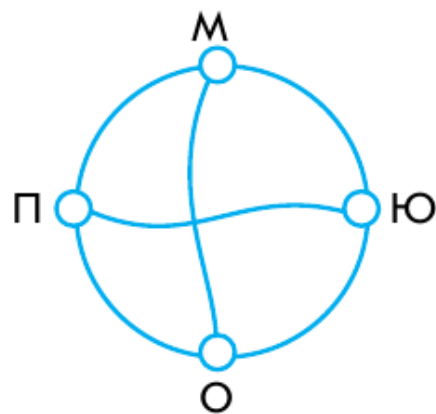
1 Подамо умову задачі за допомогою графа.



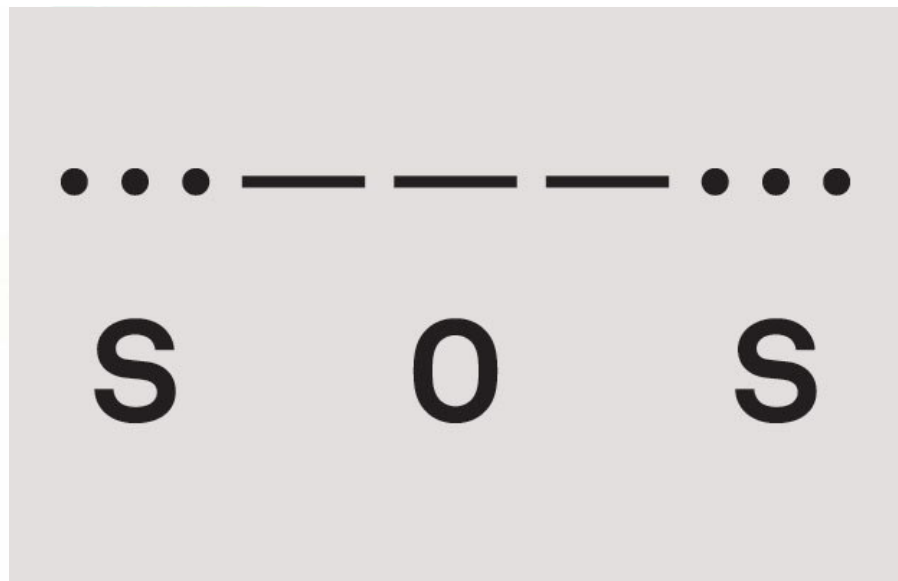
СЛІД ЗНАТИ!

Графами називають геометричні фігури, що складаються із точок — **вершин графа** і відрізків (або ліній) — **ребер графа**, що з'єднують вершини.

За допомогою вершин зображують елементи деякої множини, а за допомогою ребер — певні зв'язки між цими елементами.



Задача 1.6. Для запису літер азбукою Морзе використовують послідовності, що складаються з двох символів — «крапки» і «тире». Скільки різних літер можна подати за допомогою азбуки Морзе, якщо для кожної літери використано рівно 3 символи (крапки або тире)?



1	• • •	000
2	• • —	001
3	• — •	010
4	• — —	011
5	— • •	100
6	— • —	101
7	— — •	110
8	— — —	111

КОМБІНАТОРНЕ ПРАВИЛО СУМИ

Розв'яжемо задачу.

Задача. Для здійснення подорожі з Києва до Праги туроператор запропонував скористатися двома видами транспорту: **або** залізничним (2 потяги), **або** авіаційним (3 авіарейси). Скільки всього існує варіантів здійснення подорожі?

Залізничний

Потяг 1

Потяг 2

АБО

Авіа

Авіарейс 1

Авіарейс 2

Авіарейс 3

КОМБІНАТОРНЕ ПРАВИЛО ДОБУТКУ

Розв'яжемо таку задачу.

Задача. Підприємство розробило три різні моделі чохла для смартфонів і закупило для їх виготовлення пластик п'яти різних кольорів. Скільки різних видів чохла може виготовити підприємство?

Модель	Колір				
	червоний	блакитний	фіолетовий	хакі	срібний
1	(1; Ч)	(1; Б)	(1; Ф)	(1; Х)	(1; С)
2	(2; Ч)	(2; Б)	(2; Ф)	(2; Х)	(2; С)
3	(3; Ч)	(3; Б)	(3; Ф)	(3; Х)	(3; С)

5

3

8) На ринку продаються овочі чотирьох видів: 6 сортів томатів, 4 сорти солодкого перцю, 5 сортів листового салату і 2 сорти цибулі. Визначте, скільки існує способів приготувати овочевий мікс, якщо взяти по одному сорту кожного виду овочів:

- а) помідори, солодкий перець і листовий салат;
- б) помідори, солодкий перець і цибуля;
- в) два різні види овочів.



ЧИ ВІДОМО ВАМ?

Кулінарна комбінаторика

Група американських математиків, проаналізувавши 56 498 рецептів, побудувала математичну модель світової кухні — так званий «кулінарний граф» усіх відомих інгредієнтів. Відповідно до цього графа, зокрема, чай підходить до всіх продуктів, фрукти гарно поєднуються з медом, а гриби краще не змішувати з іншими інгредієнтами.



ПРИКЛАД 4

Розробники сайту певної компанії планують розмістити на його головній сторінці вгорі 4 кнопки A , B , C і D в один ряд.

- Скільки всього варіантів розміщення цих кнопок мають розробники?
- Скільки існує варіантів розміщення кнопок, якщо кнопка A завжди має бути на першому місці?

Розв'язання

КНОПКА 1

КНОПКА 2

КНОПКА 3

КНОПКА 4

Крок	Зміст дії	Результат дії				
а) КРОК 1	Знайдемо кількість варіантів розміщення кнопок на першому місці (№ 1). Тут може бути одна з кнопок: або <i>A</i> , або <i>B</i> , або <i>C</i> , або <i>D</i> , тобто маємо 4 варіанти.	<table border="1"> <tr> <td>№ 1</td> <td>№ 2</td> <td>№ 3</td> <td>№ 4</td> </tr> </table> <p>↑</p> <p>4 варіанти</p>	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
№ 1	№ 2	№ 3	№ 4			
КРОК 2	Знайдемо кількість варіантів розміщення кнопок на другому місці (№ 2). Одна з кнопок вже займає перше місце, отже, на другому можна розмістити одну з трьох кнопок, тобто маємо 3 варіанти.	<table border="1"> <tr> <td>№ 1</td> <td>№ 2</td> <td>№ 3</td> <td>№ 4</td> </tr> </table> <p>↑ ↑</p> <p>4 варіанти 3 варіанти</p>	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
№ 1	№ 2	№ 3	№ 4			
КРОК 3	Знайдемо кількість варіантів розміщення кнопок на третьому місці (№ 3). Перші два місця зайняті двома кнопками, отже, на третьому місці можна розмістити одну з двох кнопок, тобто маємо 2 варіанти.	<table border="1"> <tr> <td>№ 1</td> <td>№ 2</td> <td>№ 3</td> <td>№ 4</td> </tr> </table> <p>↑ ↑ ↑</p> <p>4 варіанти 3 варіанти 2 варіанти</p>	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
№ 1	№ 2	№ 3	№ 4			
КРОК 4	Знайдемо кількість варіантів розміщення кнопок на четвертому місці (№ 4). Три місця з чотирьох зайняті, тому для четвертої кнопки вибору вже немає, тобто залишається 1 варіант розміщення.	<table border="1"> <tr> <td>№ 1</td> <td>№ 2</td> <td>№ 3</td> <td>№ 4</td> </tr> </table> <p>↑ ↑ ↑ ↑</p> <p>4 варіанти 3 варіанти 2 варіанти 1 варіант</p>	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
№ 1	№ 2	№ 3	№ 4			
КРОК 5	Зробимо висновок. Маємо: 4 варіанти вибрати першу кнопку, <i>i</i> потім 3 варіант вибрати другу кнопку, <i>i</i> потім 2 варіанти вибрати третю кнопку, <i>i</i> потім 1 варіант вибрати четверту кнопку.	За правилом добутку вибір можна здійснити $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ способами; отже, існує 24 варіанти заданого розміщення кнопок				



СЛІД ЗНАТИ!

Добуток всіх натуральних чисел від 1 до n включно називають **факторіалом числа n** і позначають $n!$ (читають: «ен-факторіал»).



$$1! = 1 ;$$

$$2! = 2 \cdot 1 = 2 ;$$

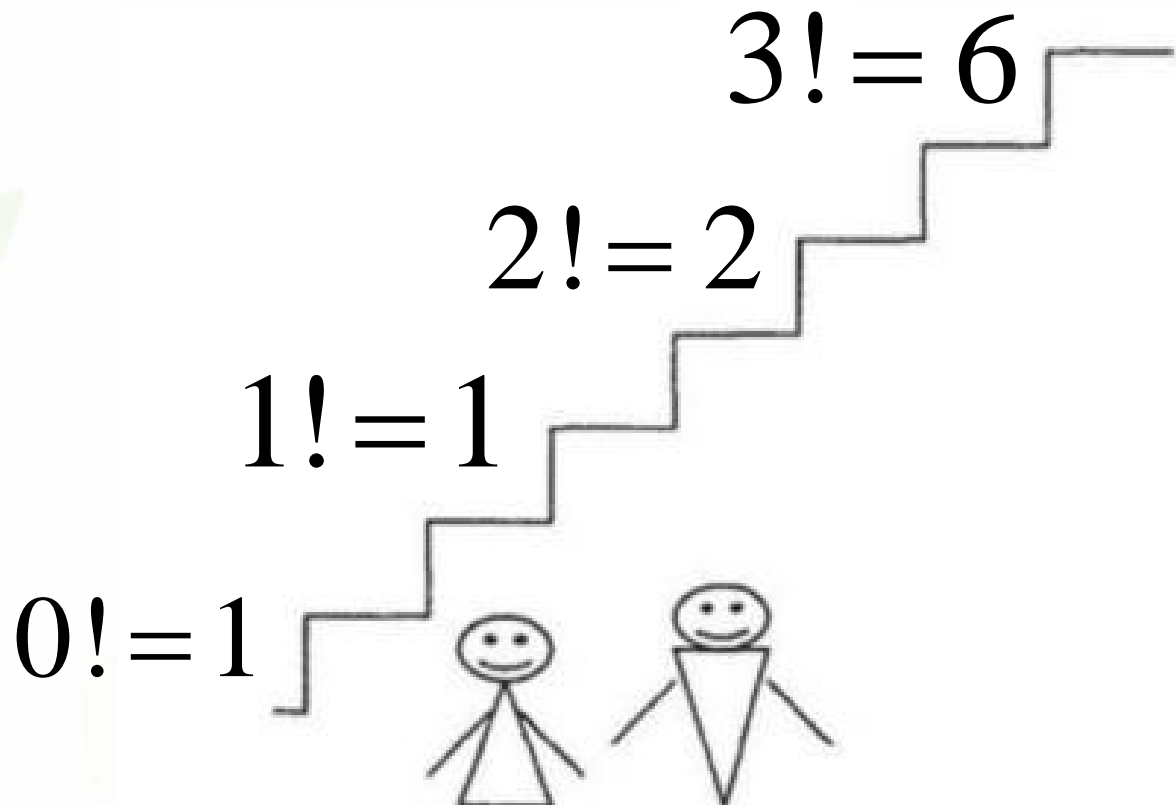
$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 ;$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 ;$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 .$$

Домовилися вважати,
що $0! = 1$.

18+



3 Програмісти розробили для людиноподібного робота виразну міміку: його очі можуть виражати 10 різних емоцій, губи — 15 різних емоцій. Скільки всього різних емоцій може передати цей робот:

- 1) лише очима;
- 2) лише губами;
- 3) очима або губами, але не одночасно?
- 4) очима і губами одночасно?

ЧИ ВІДОМО ВАМ?



Софія — людиноподібний робот у вигляді жінки, розроблений компанією Hanson Robotics. Софія здатна підтримувати розмову, давати інтерв'ю, вміє адаптуватися до поведінки співрозмовника та навіть жартувати.

ПЕРЕРВА НА ЛОГІКУ

Приваблива пропозиція

Вісім друзів часто відвідують сеанси у 7D-кінотеатрі. Його власник зробив друзям таку пропозицію. Вони відвідують лише цей кінотеатр, щоразу сідаючи по-різному в залі, розрахованому на 8 осіб. А коли всі способи розміщення буде вичерпано, друзі отримають право безкоштовного перегляду фільмів. Коли настане цей день?



ВПРАВИ НА ПОВТОРЕННЯ

Проведіть експеримент із підкидання монети. Монета може впасти або гербом, або цифрою догори. Підкиньте монету n разів:

1) $n = 2$; 2) $n = 6$; 3) $n = 10$; 4) $n = 20$; 5) $n = 50$.

У кожній серії підкидань визначте кількість k випадань герба

та значення дробу $\frac{k}{n}$. Отримані результати занесіть у таблицю.

	Серія 1	Серія 2	Серія 3	Серія 4	Серія 5
n	2	6	10	20	50
k					
$\frac{k}{n}$					

З'ясуйте, чи може значення дробу $\frac{k}{n}$ у певній серії підкидань:

- а) дорівнювати 0, і якщо так, то за яких умов це можливо;
- б) дорівнювати 1, і якщо так, то за яких умов це можливо;
- в) бути меншим від 0 або більшим за 1.



§ 23

ОСНОВИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТІ. ЧАСТОТА ТА ЙМОВІРНІСТЬ ВИПАДКОВОЇ ПОДІЇ

ВЧОРА



Ви оперували поняттями «відношення» та «відсоток»; збирали статистичні дані та подавали їх за допомогою таблиць, перебирали варіанти під час розв'язування комбінаторних задач

СЬОГОДНІ



Ви дізнаєтеся, які види подій існують, які події називають випадковими, та навчитеся знаходити частоту та ймовірність випадкової події

ЗАВЖДИ



Ви зможете розробляти виграшну стратегію гри, «прораховувати» можливі варіанти результатів події, доречно використати вислів «50 на 50» («fifty-fifty»), давати правильну відповідь на запитання: «З якою ймовірністю ви можете завтра зустріти динозавра?»

АКТУАЛЬНА ЗАДАЧА

Напевно, вам знайома популярна гра «Камінь, ножиці, папір», яку використовують для миттєвого визначення переможця. Обидва гравці, стиснувши одну руку в кулак, одночасно проговорюють «Ю — Зе — Фа» і на останньому складі показують рукою один із трьох жестів: камінь, ножиці або папір. Переможець визначається за допомогою таких правил-випадків:

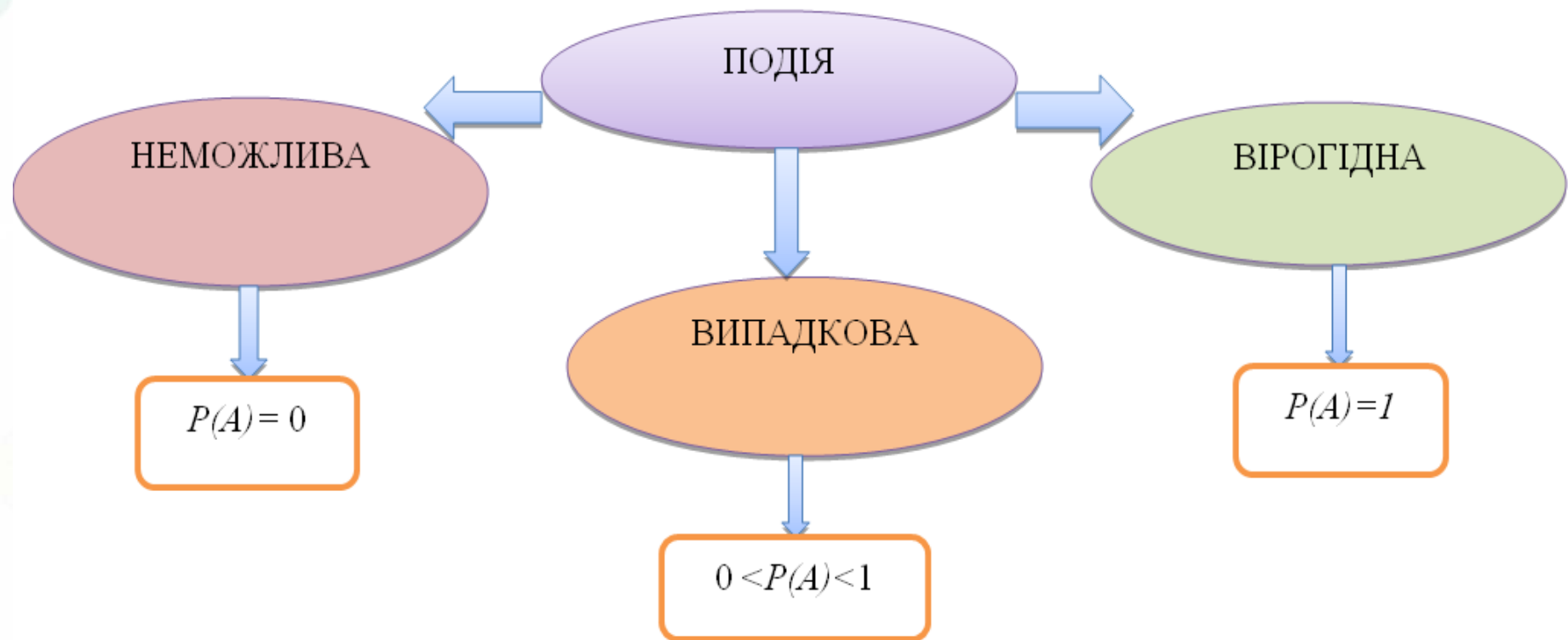


Уявіть, що ви гратимете в цю гру з певним суперником. У таблиці наведено дані щодо вибору знаків, які показував ваш суперник за останні 20 ігор.

Вибраний жест	Камінь	Ножиці	Папір
Кількість	10	4	6

Спираючись на подану статистику, спробуйте визначити:

- 1) жест, який найбільш імовірно покаже ваш суперник у грі з вами в наступних іграх;
- 2) свою виграшну стратегію.



Укажіть рівняння, коренем якого є число 2.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{x-2} = 0$	$x^2 + 4 = 0$	$5x + 12 = 2$	$\frac{3x-6}{x} = 0$	$x + 2 = x$

3. На рисунку показано траєкторію ABCD руку матеріальної точки. Визначте, у скільки разів швидше точка переміщується від точки А до точки В порівняно з переміщенням від точки В до точки С.

А	Б	В	Г
3,0	8,5	4,0	4,5

10 Водій якого транспортного засобу правильно виїжджає на перехрещення з круговим рухом?



1. Тільки водій автобуса.
2. Тільки водій легкового автомобіля.
3. Обидва водії.

РЕАЛЬНА
ПОДІЯ

ВІДНОСНА
ЧАСТОТА

ТЕОРЕТИЧНА
МОДЕЛЬ

ЙМОВІРНІСТЬ

1 Експеримент полягає в тому, що організатор гри підкидає два гральні кубики. Усі можливі результати цього експерименту можна записати у вигляді: $(1;1)$, $(1;2)$, $(2;1)$, ..., $(6;6)$, тобто перше число — кількість очок, що випали на першому кубіку, друге число — кількість очок, що випали на другому кубіку. Скільки всього існує різних результатів даного експерименту?

2 Нехай випадкові події A і B полягають у тому, що суми очок, які випали на кубиках під час експерименту, дорівнюють 11 і 12 відповідно. Укажіть сприятливі результати для кожної з цих подій. Обчисліть імовірності появи цих подій.

3 Заповніть таблицю.

Номер автомобіля

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

Ймовірність випадкової події (автомобіль пересувається на одну клітинку вперед)



- 4 Знайдіть імовірність того, що при першому підкиданні гральних кубиків доведеться пересуватися на одну клітинку вперед автомобілю з номером 4.
- 5 Автомобіль з яким номером варто обрати, щоб імовірність виграшу була найбільшою?
- 6 Автомобіль з яким номером не має шансів на перемогу?
- 7 Якщо ваш друг обрав автомобіль із номером 4, то який автомобіль потрібно обрати вам, щоб ваші з другом шанси на перемогу були рівними?

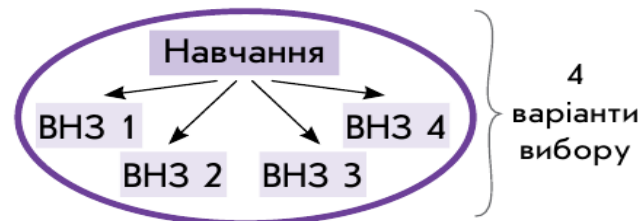
Задачі – трансформери

Після того як студент успішно закінчив бакалаврат, три компанії запропонували йому роботу за спеціальністю, а чотири вищі навчальні заклади — продовжити навчання в магістратурі. Скільки всього варіантів подальших роботи або навчання має студент? Вважайте, що студент не суміщатиме роботу з навчанням.



АБО

АБО



Задачі – трансформери

У програмі концерту передбачена участь 4 гуртів: *A*, *B*, *C* і *D*. Кожний гурт має виступити лише один раз.

- а) Скільки всього є варіантів концертної програми, тобто різних варіантів послідовності виступів запрошених гуртів?
- в) Скільки всього існує варіантів концертної програми, якщо гурт *A* виступатиме останнім?





114.10 126.00 119.25 126.00 114.10

114.10 126.00 119.25 126.00 114.10

114.10 126.00 119.25 126.00 114.10

114.10 126.00 119.25 126.00 114.10

114.10 126.00 119.25 126.00 114.10

114.10 126.00 119.25 126.00 114.10

114.10 126.00 119.25 126.00 114.10

114.10 126.00 119.25 126.00 114.10

114.10 126.00 119.25 126.00 114.10



Ukraine International
Міжнародні Авіалінії України

GAK

BOEING 737-500

UR-C

www.uia.com